

**Гавриленко А. М., Скіцько І.Ф.**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Берестейський проспект, 37, Київ,  
email: [havrylenko.andrii02@gmail.com](mailto:havrylenko.andrii02@gmail.com)

## **ПРО ТЕОРЕМУ ЄДИНОСТІ В ЕЛЕКТРОСТАТИЦІ**

**Анотація.** Доповідь містить науково-методичне обґрунтування теореми єдиності розподілу електричного заряду на провіднику, яке застосовується в освітньому процесі.

**Abstract.** The report contains scientific and methodological proof of the uniqueness theorem on the distribution of charge along a conductor, which is used in the educational process.

**Ключові слова:** Провідники в електричному полі. Розподіл зарядів в провідниках.

**Keywords:** Conductors in an electric field. Distribution of charges to conductors.

Поняття електроємності ізольованого провідника вводиться як відношення його заряду  $q$  до його потенціалу  $\varphi$ . Цю величину  $C = q/\varphi$  вважаємо сталою для усамітненого провідника та називаємо електроємністю. Вона залежить від геометричних характеристик – розмірів і форми провідника, проте не залежить від агрегатного стану речовини, хімічного складу матеріалу, наявності порожнин усередині тощо. Пояснимо, чому це можливо [1].

Характерною особливістю металів (провідників) є наявність великої кількості “вільних” носіїв заряду (електронів). Наприклад, у міді концентрація електронів становить приблизно  $8,5 \times 10^{28} \text{ м}^{-3}$ . Це зумовлює високу електропровідність металів та рівноважний розподіл заряду на провідниках.

Це означає, що:

- електричне поле всередині провідника відсутнє, інакше відбувався би безперервний рух вільних електронів з однієї ділянки в іншу;
- провідник є областю сталого значення електричного потенціалу, адже вектор напруженості електричного поля визначається як  $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$ ;
- силові лінії електричного поля завжди перпендикулярні до екіпотенційних поверхонь, зокрема до зовнішньої поверхні провідника;
- для провідників будь-якої форми справедливо, що весь наданий їм електричний заряд розподіляється виключно на поверхні, оскільки за

наявності заряду всередині виникло б внутрішнє електричне поле, що суперечить умові електростатичної рівноваги.

Надамо провіднику деякий позитивний заряд  $q$ . Виникає питання: *чи єдиним чином весь цей заряд може розподілитися по поверхні провідника?* Відповідь на це питання і є змістом теореми єдиності в електростатиці [2].

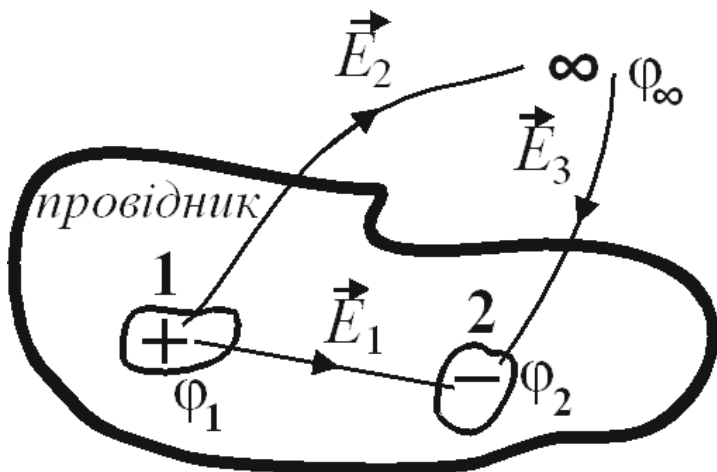
Доведення теореми. Припустимо, що заряд  $q$  може розподілятися на провіднику двома різними способами, тобто існують два відмінні розподіли заряду  $q$  на поверхні провідника. Позначимо ці розподіли як  $D_1$  і  $D_2$ .

Якщо тому самому (спочатку незарядженому) провіднику надати заряд  $-q$ , то серед його можливих рівноважних розподілів на поверхні існуватимуть  $D'_1$  і  $D'_2$ , які відрізнятимуться від  $D_1$  та  $D_2$  лише зміною знаків відповідних зарядових елементів у кожній точці поверхні провідника на протилежні. Дійсно, сили взаємодії між зарядами у конфігураціях  $D_1$  ( $D_2$ ) є силами електростатичного відштовхування між елементарними поверхневими зарядами. Зміна знаків усіх зарядів призводить до збереження модулів цих сил, хоча їх напрямки змінюються. Внаслідок цього кожен елементарний заряд залишається в рівновазі. Водночас електричне поле у кожній точці простору зовні провідника змінює свій напрямок на протилежний, що не впливає на стан рівноваги зарядів на поверхні. Таким чином, конфігурація  $D'_1$  ( $D'_2$ ) теж буде рівноважною.

Тепер припустимо, що заряд  $q$  наданий провіднику, розподілився відповідно до конфігурації  $D_1$ . «Закріпімо» цей розподіл і надамо провіднику заряд  $-q$  так, щоб він розподілився по конфігурації  $D'_1$ . Згідно з принципом суперпозиції, сумарний заряд провідника дорівнює нулю, система перебуває у стані рівноваги, і жодного перетікання зарядів по поверхні не відбувається.

Однак у цьому випадку, попри те, що сумарний заряд дорівнює нулю, на поверхні провідника існують ділянки з протилежними зарядами: одна область (1) заряджена позитивно, а інша (2) – негативно (див. рисунок). Розглянемо силову лінію електричного поля  $\vec{E}$ , яка виходить із позитивно зарядженої області (1).

1) Оскільки провідник є усамітненим, силова лінія електричного поля може або закінчуватися на його поверхні (позначимо її як  $(E^{\vec{a}}_1)$ ), або прямувати на нескінченність ( $E^{\vec{a}}_2$ ). Якщо ця лінія закінчується на провіднику, то між точками її початку (область 1) та кінця (область 2) повинна існувати різниця потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Проте така ситуація є неможливою, оскільки в стані



електростатичної рівноваги поверхня провідника є екіпотенціальною.

2). Якщо ж силова лінія  $E^{\vec{a}}_3$  входить у негативно заряджену область (2) з нескінченності, де потенціал має фіксоване значення  $\varphi_{\infty}$ , то цей потенціал буде вищим за потенціал області (2), тобто  $\varphi_{\infty} > \varphi_2$ .

Якщо силова лінія  $E^{\vec{a}}_2$  із позитивно зарядженої області (2) закінчується на нескінченності, то її потенціал  $\varphi_1$  вищий потенціалу  $\varphi_{\infty}$  на нескінченності, який є вищий потенціалу  $\varphi_2$  негативно зарядженої області (2). Отже, і в цьому випадку між позитивно зарядженою областю (1) та негативно зарядженою областю (2) виникає різниця потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$ . Це суперечить умові електростатичної рівноваги, за якої вся поверхня провідника повинна бути екіпотенціальною.

Отже, припущення про існування двох різних рівноважних розподілів заряду на провіднику призводить до суперечності, а тому є хибним. Таким чином, розподіл заряду на провіднику єдине можливий.

Це означає, що якщо провіднику надати заряд  $q$ , то на його поверхні встановиться певна густина заряду  $\sigma$ , значення якої є різним у кожній точці поверхні. Якщо провіднику надати ще один такий самий заряд  $q$ , то густина заряду у кожній точці збільшиться вдвічі, і так далі, залежно від величини заряду.

Ця властивість і дозволяє ввести поняття електроємності провідника: оскільки відношення заряду  $q$  до потенціалу  $\varphi$  залишається сталою величиною, то ця стала і визначається як електроємність провідника.

## ЛІТЕРАТУРА

- [1] Кучерук, І. М., Горбачук, І. І., & Луцик, П. П. (2001). *Загальний курс фізики. Електрика й магнетизм. Том 2* (с. 56–61). Київ: Техніка.
- [2] Скіцько, І. Ф., & Скіцько, О. І. (2017). *Фізика для інженерів* (с. 51–53). Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19035>