

**Ватолкін Д.П., Гарєєва Ф. М.**

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, пр. Берестейський, 37,*

*e-mail: [vatolkin.dmytro@lil.kpi.ua](mailto:vatolkin.dmytro@lil.kpi.ua)*

## **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЕФЕКТИВНИЙ ІНСТРУМЕНТ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ**

**Анотація.** *Представлено базову інформацію про чисельні моделювання на прикладі методу Ейлера, наведено практичні варіанти використання цього методу у навчальних цілях для забезпечення більшої наочності і достовірності пройденого теоретичного матеріалу.*

**Abstract.** *Basic information about numerical simulations using the Euler method as an example is presented, and practical options for using this method for educational purposes are given to ensure greater visibility and reliability of the theoretical material covered.*

**Ключові слова:** *чисельне моделювання, метод Ейлера, наочні наукові демонстрації*

**Key words:** *numerical modeling, Euler's method, visual scientific demonstrations*

Ефективне використання сучасних інформаційних технологій – актуальна проблема навчання фізики.

Наочність, як відомо краще спостерігати через реальний експеримент. Проте у часи ковіду, а також під час розосередженості студентів за різними географічними місцями через бойові дії проводити реальний фізичний експеримент, наприклад, лабораторні роботи дуже складно. Отже викладачі шукають засоби, завдяки яким можна вирішити цю проблему: показують відео з виконання лабораторної роботи; демонструють фізичне явище у вигляді анімації тощо.

Але, якщо весь навчальний матеріал подавати для студентів у максимально комфортній для них формі, то учню навіть нічого не доводиться робити самостійно. І він буде виконувати роль “пасивного спостерігача”. Отже важливо знайти такий підхід до навчання фізики, щоб студент мав можливість зробити щось власними руками і потім продемонстрував результат як власне

досягнення. В умовах дистанційного навчання одним із можливих рішень цього питання є чисельне моделювання.

Коротко зупинимося на суті чисельного моделювання. Тут використовується потужність сучасних комп'ютерів та методи наближених обчислень.

Наприклад, кінетична енергія дорівнює:

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

Чому саме кінетична енергія має ділитися навпіл?

Як ми зазначили вище важливо, щоб студенти виконували завдання власноруч. Отже розглянемо приклад використання чисельного моделювання для перевірки справедливості формули кінетичної енергії.

Розглянемо задачу, в якій кінетична енергія буде перетворюватись у потенціальну енергію. Для спрощення використаємо лише одну координату. Припустимо, що тіло почало рухатися вертикально вгору із початку координат. До якої максимальної висоти може долетіти це тіло, якщо відома його початкова швидкість? З курсу фізики відомо, що формула для кінетичної енергії  $K = mv^2/2$ , а для потенціальної енергії  $P = mgh$ . Так як на початку віртуального досліду тіло не мало потенціальної енергії, а наприкінці не мало кінетичної, то за законом збереження енергії:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

Звідки максимальна висота:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Нехай початкова швидкість становила 100 м/с, прискорення вільного падіння 10 м/с<sup>2</sup>. Отже отримаємо, що максимальна висота підйому буде 500 метрів. Тепер використаємо чисельне моделювання.

Нагадаємо, що наша мета – перевірити формулу  $K = \frac{mv^2}{2}$ .

Для цього ми маємо зробити розрахунки без використання цієї формули і перевірити, чи отримаємо той самий результат.

Нагадаємо, нам відомо: початкова швидкість (100 м/с) і прискорення вільного падіння (10 м/с<sup>2</sup>). Швидкість через секунду буде дорівнювати 90 м/с.

Ця швидкість змінюється лінійно, отже на певному проміжку часу його середня швидкість буде  $(100 + 90) / 2 = 95 \text{ м/с}$ .

Отже за першу секунду тіло підніметься на 95 метрів. За другу секунду швидкість змінюється від 90 м/с до 80 м/с. Середня швидкість буде дорівнювати 85 м/с, отже за другу секунду тіло пройде 85 метрів.

Аналогічно за наступні секунди тіло пройде 75, 65, 55, 45, 35, 25, 15 метрів і наостанок 5 метрів. На останньому проміжку швидкість зменшиться від 10 м/с до 0 м/с. Отже цей проміжок і буде для нас останнім для розрахунків.

Тепер складемо всі наші проміжки і можливо із здивуванням отримуємо результат – тіло підніметься на 500 метрів. Тобто аналітичні розрахунки і чисельне моделювання дали нам однаковий результат, а тому формулу кінетичної енергії ми можемо вважати вірною.

Для даного випадку обчислень, початкові числа були підібрані таким чином, щоб було легко рахувати. Але доведено, що результат виходить аналогічним і для інших стартових значень. Тому найліпше буде такі обчислення виконати за допомогою комп'ютерної програми, або ж навіть у вигляді таблиці в Excel. Тут ми будемо мати деякі проблеми, тому що на відміну від живої людини комп'ютер не лінується робити зайві розрахунки і робить їх дійсно швидко. Тому, якщо зменшити крок із однієї секунди до, наприклад, однієї тисячної, то комп'ютеру доведеться рахувати в тисячу разів більше, проте його швидкодія дозволяє рахувати значно швидше людини.

Отже якщо розбити час симуляції на маленькі кроки, то відкидання останнього кроку буде приносити дуже маленькі похибки. І тоді, запустивши програму обчислень для різних випадкових значеннях, можна буде дійсно впевнитись, що обчислення дадуть той же результат, що й аналітичний розв'язок.

Навіть можна не обчислювати на кожному кроці середню швидкість. Якщо крок малий, то для швидкості руху на цьому кроці можна використати швидкість руху на початку відрізка. Точність від цього зменшиться, проте для практичного використання її все ж буде достатньо.

Цим підходом ми фактично винайшли ще раз метод Ейлера, що історично використовувався для чисельних розрахунків. Проте у подальшому вчені перейшли до використання більш точних схем.

Все ж, не дивлячись на недосконалість методу Ейлера, саме з нього краще починати перші кроки у комп'ютерному моделюванні фізичних

процесів, адже такий метод є не тільки найбільш простим у розумінні. Він так само є і найбільш простим і у програмній реалізації, і може використовуватись для дуже широкого кола фізичних задач.

Зробивши таку роботу самостійно, студент отримає не лише практичні навички у використанні методу Ейлера, але й удосконалить розуміння тих законів фізики, які він перевіряв симуляцією.

Отже за рахунок запропонованого підходу у навчанні з фізики, студенти отримають не лише можливість проявити себе активно під час навчання, але ж одночасно з цим отримають інструмент, що може бути використаний у їх подальшій самостійній науковій роботі.

## **ЛІТЕРАТУРА**

[1] Numerical methods: Euler's method by Jiří Lebl. Original source: <https://www.jirka.org/diffyqs>

[2] Копченова Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н. В. Копченова, И. А. Марон. – М. : Наука, 1972. – 368 с

[3] Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович. – М. : Наука, 1994. – 664 с.