

Бродин О.М., Сverdліченко Д.Ю.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, пр.Берестейський 37, email: [email: sverdlichenko.dmitry.of01@gmail.com](mailto:sverdlichenko.dmitry.of01@gmail.com)

ЗСУВНА ТА ОБ'ЄМНА В'ЯЗКІСТЬ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ РІДИНИ: КОШІ-ПОДІБНІ ВІДНОШЕННЯ

Анотація. Метою цієї роботи постає питання дослідження ймовірного зв'язку між об'ємною в'язкістю та в'язкістю зсуву у в'язкопружних рідинах шляхом порівняння пов'язаних модулів пружності (повздовжнього та модулю пружності зсуву), для яких відношення вже є відомим. Отримані результати надалі підтверджуються обмеженою кількістю експериментальних спостережень, що допоки надають певне підтвердження дійсності знайденого, ще не мають достатніх кількісних масштабів для закладення однозначних висновків та здебільшого окреслюють перспективи експериментальних досліджень за заданим напрямом.

Abstract. This work aims to elucidate the prospects for an existence of relation between shear and bulk viscosities in visco-elastic fluids through means of comparison of limits of related (shear and longitudinal) moduli, for which such a relation is already known. Results acquired are then backed by scarce experimental observations, which while giving some credibility to the findings are yet to be fully conclusive and in their scarcity do only emphasize the need of further substantial research in given experimental direction.

Ключові слова: в'язко-пружне середовище, в'язкість зсуву, пружні модулі, об'ємна в'язкість, співвідношення Коші.

Key words: visco-elastic medium, shear viscosity, bulk viscosity, elastic moduli, Cauchy relations.

Розсіяння звукових хвиль у в'язко-пружному середовищі є визначеним двома, на перший погляд непов'язаними, коефіцієнтами переносу – об'ємною в'язкістю η_V та в'язкістю зсуву η_S , допоки повздовжня в'язкість η_L , що визначає затухання механічних хвиль, є комбінацією обох η_V та η_S , $\eta_L = \eta_V + 4/3 \eta_S$. В'язкість зсуву пов'язана з потоком поперечного імпульсу, в той час як об'ємна в'язкість відображає нелінійності в міжчастинковому потенціалі,

таким чином ці дві величини відображають різні, на перший погляд, не пов'язані фізичні властивості в'язко-пружних середовищ. Тим часом, пов'язані з ними відповідні повздовжній модуль пружності L та модуль зсуву G зв'язані між собою, $L \approx 3G$, що відомо як співвідношення Коші. В даній роботі піднімається питання існування подібної залежності між об'ємною в'язкістю та в'язкістю зсуву – висновок частково підтверджений результатами малочислених експериментальних досліджень.

Варто підкреслити, що здебільшого згадане співвідношення Коші $L = 3G$ є справедливим насамперед в ізотропних твердих тілах з частинками, що взаємодіють центральними силами. З узагальненням на в'язко-пружні середовища : $L_\infty = 3G_\infty$ (L_∞ , G_∞ – високочастотні границі відповідних модулів пружності) [1]. Втім, емпірично отримані результати можуть свідчити про можливу необхідність у введенні певного зміщення цієї лінійної залежності на константу, що визначається природою досліджуваного матеріалу, що було продемонстровано для певної кількості в'язко-пружних систем, враховуючи зокрема полімерів, в роботі [2]. Експериментальні результати отримані в цій роботі свідчать про необхідність введення поправки до відповідних залежностей: $L_\infty \approx a + 3G_\infty$. В подальшому припускаємо $L_\infty = 3G_\infty$.

Для в'язко-пружних середовищ узагальнені модулі пружності (1) та коефіцієнти в'язкості (2) (зсуву та повздовжній відповідно) є визначеними наступним чином:

$$\begin{aligned} G^*(\omega) &= G'(\omega) - iG''(\omega) = i\omega \int_0^\infty G(t)e^{-i\omega t} dt \\ L^*(\omega) &= L'(\omega) - iL''(\omega) = i\omega \int_0^\infty L(t)e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \eta_S^*(\omega) &= \eta_S'(\omega) - i\eta_S''(\omega) = i\omega \int_0^\infty \eta_S(t)e^{-i\omega t} dt \\ \eta_L^*(\omega) &= \eta_L'(\omega) - i\eta_L''(\omega) = i\omega \int_0^\infty \eta_L(t)e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \quad (2)$$

для встановлення залежності, подібної до залежності Коші, для останніх необхідно проаналізувати їх зв'язок з відповідними модулями (3):

$$G^*(\omega) = i\omega\eta_S^*(\omega); L^*(\omega) = B_0\delta(\omega) + i\omega\eta_L^*(\omega), \quad (3)$$

де B_0 визначає об'ємний модуль пружності. Високочастотні границі модулів (1), що безпосередньо пов'язані між собою співвідношенням Коші, є визначеними (4) у наступний спосіб:

$$\begin{aligned} G_\infty &= G_{t=0} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{G''(\omega)}{\omega} d\omega = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \eta_S'(\omega) d\omega \\ L_\infty &= L_{t=0} = B_0 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{L''(\omega)}{\omega} d\omega = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \eta_L'(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (4)$$

У в'язких в'язко-пружних середовищах різні ступені вільності є сильно зв'язаними, тож відповідні спектри модулів пружності та коефіцієнтів в'язкості відображають спектр структурної релаксації. Тож $\eta_L(\omega) \propto \eta_S(\omega)$ або $\frac{\eta_L(\omega)}{\eta_S(\omega)} = \text{const.}$

Тоді відношення еластичних модулів може бути виражене через відповідні в'язкості:

$$\frac{L_\infty}{G_\infty} = \frac{B_0}{G_\infty} + \frac{\int \eta_L(\omega) d\omega}{\int \eta_S(\omega) d\omega} = \frac{B_0}{G_\infty} + \frac{\eta_L(\omega)}{\eta_S(\omega)} = \frac{B_0}{G_\infty} + \frac{\eta_L}{\eta_S}, \quad (5)$$

Згадуючи попереднє теоретичне припущення щодо співвідношення Коші ($\frac{L_\infty}{G_\infty} = 3$) та враховуючи результати (5), можна очікувати залежність, подібну до співвідношення Коші, також і для в'язкостей:

$$\frac{\eta_L}{\eta_S} = 3 - \frac{B_0}{G_\infty}.$$

Експериментальні дані повздовжньої та об'ємної в'язкостей у різних середовищах на даний момент є обмеженими та за своєї наявності не завжди є надійними. Але відповідно до [3] вода за 15 °C має відповідні значення об'ємної в'язкості та в'язкості зсуву $\eta_B = 3.09$ сР та $\eta_S = 1.14$ сР відповідно, так що $\eta_L / \eta_S = 4$. Аналізуючи отримані результати за дослідями розсіювання світла в салолі за даними дослідження [4] отримано відношення для в'язкостей $\frac{\eta_L(\omega)}{\eta_S(\omega)} \approx 2$ та значення об'ємного модуля пружності $B_0 \approx G_\infty$, що, враховуючи (5) та беручи до уваги співвідношення Коші, приводить до $\frac{\eta_L(\omega)}{\eta_S(\omega)} \approx 3 - \frac{B_0}{G_\infty}$, що відповідає попередньо виведеним передбаченням, таким чином підтверджуючи висновки про ймовірну наявність шуканого зв'язку та окреслюючи потребу в подальших експериментальних дослідженнях даного питання.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] R. Zwanzig and R. D. Mountain, *High-Frequency Elastic Moduli of Simple Fluids*, J. Chem. Phys. **43**, 4464 (1965).
- [2] D. Fioretto, S. Corezzi, S. Caponi, F. Scarponi, G. Monaco, A. Fontana, and L. Palmieri, *Cauchy Relation in Relaxing Liquids*, J. Chem. Phys. **128**, (2008).
- [3] T. A. Litovitz and C. M. Davis, "Physical Acoustics.", *W.P. Mason, Ed.*, Acad. Press. New York, NY **Vol. II**, 281 (1965).
- [4] H. P. Zhang, A. Brodin, H. C. Barshilia, G. Q. Shen, H. Z. Cummins, and R.

M. Pick, *Brillouin Scattering Study of Salol: Exploring the Effects of Rotation-Translation Coupling*, Phys. Rev. E **70**, 011502 (2004).