

Федорова Л.Б.

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, пр. Берестейський 37,
email:fedova.lb@gmail.com.*

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ТА ЗАСТОСУВАНЬ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ

Анотація. У роботі представлено результати дослідження історії виникнення, розвитку та застосувань вейвлет-аналізу – сучасного математичного апарату. Простежено взаємний вплив математики і прикладних наук на розвиток вейвлет-аналізу.

Abstract. The report presents the results of research into the history of the origin, development and applications of wavelet analysis - a modern mathematical apparatus. The mutual influence of mathematics and applied sciences on the development of wavelet analysis is traced.

Ключові слова: вейвлет-аналіз, перетворення Фур'є, вейвлет-перетворення.

Key words: wavelet-analysis, Fourier transform, wavelet transform.

Вейвлетне перетворення функцій та його застосування є узагальненням відомого гармонічного аналізу, базовим інструментом якого є перетворення Фур'є. Гармонічний аналіз надає можливість вивчати різні явища природи, розвиває довільний процес на елементарні гармонічні коливання з різними частотами. Всі властивості і формули виражаються представленням їх у вигляді гармонік (синусів і косинусів), тобто хвильовим представленням. Навіть інтуїтивно зрозуміло зміст перетворення Фур'є, оскільки гармонічні коливання широко розповсюджені у природі незалежно від математичної аналітики. Недоліком перетворення Фур'є є відображення лише глобальних відомостей про частоти досліджуваного процесу й не надання представлення про його локальні властивості при швидких часових змінах його спектрального вмісту.

Вейвлет-аналіз надає можливість аналізувати частотні характеристики процесу в довільні моменти часу завдяки заміні гармонік на сукупність функцій певної форми, що локальні за часом і за частотою, так званих «вейвлетів» (wavelet), в перекладі з англійського означає маленька (коротка) хвилька. Кожну з них можна одержати з однієї базової функції за допомогою зсувів та розтягування уздовж часової осі [1]. Вейвлет-аналіз, створений на межі XX – XXI століть, виник у теорії геофізичних сигналів (як розділ прикладної математики) і лише згодом розвинувся як розділ фундаментальної науки.

Наприкінці 1970-х років Дж. Морле, інженер-геофізик французької нафтової компанії Elf Aquitaine, запропонував альтернативу короткочасному перетворенню Фур'є. Сигнали, які Морле аналізував, склалися з різних характеристик у часі та частоті, він хотів їх роз'єднати. Фізик-теоретик А.Гроссманн розпізнав у трансформації Морле щось подібне до формалізму когерентних станів, техніку, яку він успішно використав у квантовій механіці. Інші дослідники зацікавилися цією методикою, але Морлету на той час було важко переконати колег у доцільності даного математичного інструменту.

Математик Ю. Мейер, який працював у Політехнічній школі неподалік від Парижа, у 1985 р. прочитав статті Гроссмана та Морле та зрозумів, що їх формула аналізу та реконструкції була повторним відкриттям формули, яку А. Калдерон увів у гармонічний аналіз ще у 1960 - х роках [2]. Він зв'язався з ними, і це стало початком взаємодії між чистими гармонічними аналітиками та прикладними дослідниками, що принесло користь обом спільнотам. Приміром С. Маллат, розпізнавав ідеї, знайомі із зовсім іншого комп'ютерного підходу та проблем аналізу зображень.

Розробка вейвлетів є прикладом, коли ідеї із різних галузей об'єднуються. Нині вейвлет-аналіз застосовується в різних прикладних науках і дослідженнях, де необхідною є кваліфікація в області математики та інформатики. Із впровадженням прикладних комп'ютерних пакетів (приміром в Wolfram та Matlab) цей метод стає новою інформаційною технологією [3].

Класичним успішним прикладом застосування цього методу є зберігання і передача зображень великої кількості відбитків пальців (ФБР зберігає відбитки понад 25 мільйонів осіб). Передача інформації на одну особу через модем потребує багато часу, але спеціальний алгоритм, заснований на вейвлетних перетвореннях (запропонований Добеші, Коеном та Фово) створив можливості для скорочення інформації у 20 разів без втрати всіх важливих деталей у зображенні [4].

Вейвлет-аналіз може також дати плідне уявлення про деякі економічні явища. Зокрема, цей метод забезпечує уніфіковану основу для вимірювання співруху у часо-частотному просторі, а отже застосовується для вивчення співруху доходностей фондових ринків. Це має вирішальне значення для оцінки ризиків портфелів. Приміром сила співруху в часо-частотному просторі варіюється між країнами та секторами. Наприклад, хоча японський фондовий ринок загалом слабо корелює з іншими фондовими ринками розвинутих країн, але в той же час демонструє сильний зв'язок на певних частотах та в певні періоди часу. Вейвлет-аналіз забезпечує врахування змінних у часі та частоті властивостей співруху доходностей акцій при формуванні міжнародних

портфелів і це може суттєво вплинути на переваги міжнародної диверсифікації портфеля.

Вейвлетний метод варто розглядати як перспективний і в медицині. Приміром в нейродинаміці й нейрофізіології [5]. З точки зору фізики головний мозок складається з великої кількості нейронів, що мають складну власну коливальну динаміку. Ефективним методом дослідження електричної активності головного мозку є електроенцефалограма (ЕЕГ). Але найчастіше прості методи розшифровки ЕЕГ не працюють у зв'язку із нестаціонарністю досліджуваних сигналів. Також при діагностиці багатьох нервових хвороб, таких як епілепсія або хвороба Паркінсона, на ЕЕГ з'являються високоамплітудні розряди характерної форми, так звані сплески. Вейвлет-аналіз дозволяє локалізувати особливості сигналів одночасно в частотній й часовій областях завдяки гнучкості вибору аналізуючих функцій (вейвлетів), за якими розвивається сигнал. Це сприяє створенню систем своєчасного моніторингу та діагностики багатьох нервових хвороб.

Нині вейвлет-аналіз розвивається і удосконалюється, сфера його застосування розширюється.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Robi Polikar, The Wavelet Tutorial. The Engineer's ultimate guide to wavelet analysis, 2006, 79 p.
- [2] Mayer Y. Wavelets. Algorithms and Applications. SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, Pennsylvania, 1993, 133 p.
- [3] Наконечний А.Й., Наконечний Р.А., Павлиш В.А. Цифрова обробка сигналів. Навчальний посібник. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. – 368 с.
- [4] Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, 1982, 357 p.
- [5] Іванько К.О. Вейвлет-аналіз електрокардіосигналів для виявлення ознак посттравматичної міокардіодистрофії. Київ: Вісник НТУУ «КПІ», 2016. – 9 с.